

FACULTATEA C.S.I.E.

DEPARTAMENTUL DE MATEMATICI APLICATE

Tematica aferentă concursului privind ocuparea postului didactic de conferențiar poziția nr. 11 din Statul de funcții al Departamentului de Matematici APLICATE, pentru semestrul II, anul universitar 2024-2025

1. Suma și intersecția a două subspații vectoriale. Teorema lui Grassmann. Sumă directă de subspații vectoriale. Teorema de caracterizare a sumei directe. Suplement direct.
2. Operatori liniari. Definiția unui operator liniar. Proprietăți. Operații cu operatori liniari. Operator invers. Nucleul și imaginea unui operator liniar. Teorema dimensiunii pentru operatori liniari. Reprezentarea matriceală a operatorilor liniari definiți pe spații vectoriale de tip finit. Legătura dintre operațiile cu operatori liniari și operațiile cu matricele corespunzătoare lor. Modificarea matricei unui operator liniar la schimbarea reperelor.
3. Valori proprii și vectori proprii ai unui operator liniar care este endomorfism. Subspații proprii. Dimensiunea algebrică și geometrică a unei valori proprii. Teorema Hamilton-Cayley. Consecințe. Operator liniar diagonalizabil. Puterile unei matrice diagonalizabile. Teorema de diagonalizare.
4. Funcționale liniare. Dualul algebric al unui spațiu liniar. Funcționale biliniare și sesquiliniare. Reprezentarea matriceală și forma algebrică. Funcționale biliniare simetrice și sesquiliniare hermitiene.
5. Funcționale pătratice. Definiție. Reprezentarea matriceală și forma algebrică a unei funcționale pătratice reale. Clasificarea funcționalelor pătratice. Forma canonică a unei funcționale pătratice. Metodele Jacobi și Gauss pentru reducerea la forma canonică. Teorema inerției.
6. Serii de numere reale: definiții, criterii de convergență. Aplicații la calcule financiare.
7. Funcții de mai multe variabile: limite, continuitate, derivate parțiale, diferențiabilitate, diferențiale de ordin superior. Aplicații în economie.
8. Puncte de extrem local pentru funcții de mai multe variabile. Extreme condiționate. Metoda multiplicatorilor Lagrange. Aplicații în economie.
9. Integrale generalizate: integrale pe domeniu nemărginit, integrale din funcții nemărginite, integrale Euleriene. Aplicații.
10. Introducere în teoria probabilităților. Operații cu evenimente. Probabilitate. Proprietăți. Formulele de calcul. Probabilitate condiționată. Formula probabilității totale și formula Bayes. Aplicații în economie.
11. Variabile aleatoare: definiție și proprietăți. Variabile aleatoare discrete și continue. Operații cu variabile aleatoare. Funcția de repartiție, funcția de supraviețuire, rata de hazard, proprietăți. Funcții de variabile aleatoare. Aplicații în finanțe și asigurări.
12. Caracteristici numerice asociate variabilelor aleatoare. Cuantile. Măsuri ale riscului. Aplicații în finanțe și asigurări.
13. Funcția caracteristică și funcția generatoare de momente a unei variabile aleatoare. Proprietăți. Aplicații.

14. Repartiții clasice, discrete și continue. Aplicații la modelarea fenomenelor economice.
15. Variabile aleatoare bidimensionale discrete. Repartiții condiționate, momente condiționate. Covarianța și coeficientul de corelație a două variabile aleatoare. Proprietăți. Aplicații în economie.
16. Ipoteze statistice, regiune critică, erori și riscuri, puterea unui test. Teste exacte și teste asimptotice. Exemple. Lema Neyman – Pearson.
17. Selecții dintr-o populație normală. Teste privind media și dispersia populației normale. Determinarea regiunii critice a celui mai puternic test pentru media unei populații normale pe baza Lemei Neyman-Pearson.
18. Teste parametrice în cazul selecțiilor de volum mare dintr-o populație arbitrară. Testarea unei proporții. Determinarea regiunii critice a celui mai puternic test pentru o proporție pe baza Lemei Neyman-Pearson.
19. Modelul de regresie liniară simplă. Estimatorii celor mai mici pătrate și proprietățile lor.

1. The sum and intersection of two vector subspaces. Grassmann's theorem. Direct sum of vector subspaces. The theorem for the characterization of the direct sum. Complementary subspace.
2. Linear operators. Definition of a linear operator. Properties. Operations with linear operators. Inverse operator. The kernel and image of a linear operator. Dimension theorem for linear operators. Matrix representation of linear operators defined on finite vector spaces. The relation between operations with linear operators and operations with their corresponding matrices. The changing of matrix of a linear operator when the ordered basis is changing.
3. Eigenvalues and eigenvectors of a linear operator that is endomorphism. Proper subspaces. The algebraic and geometric dimension of an eigenvalue. Hamilton-Cayley theorem. Consequences. Diagonalizable linear operator. The powers of a diagonalizable matrix. Diagonalization theorem.
4. Linear forms. The algebraic dual of a linear space. Bilinear and sesquilinear forms. Matrix representation and algebraic form. Symmetrical bilinear forms and hermitian sesquilinear.
5. Quadratic forms. Definition. Matrix representation and algebraic form of a real quadratic form. Classification of quadratic forms. The canonical form of a quadratic form. Jacobi's and Gauss' methods for finding the canonical form. Inertia theorem.
6. Series of real numbers: definitions, convergence criteria. Applications to financial calculus.
7. Functions of more than one variable: limits, continuity, partial derivatives, differentiability, higher order differentials. Applications in economics.
8. Extreme local points for functions of more than one variable. Extreme points with conditions. Lagrange multipliers method. Applications in economics.
9. Improper integrals: integrals on unbounded domain, integrals from unbounded functions, Euler integrals. Applications.
10. Introduction to probability theory. Operations with events. Probability. Properties. Calculus formulae. Conditional probability. The total probability formula and the Bayes formula. Applications in economics.
11. Random variables: definition and properties. Discrete and continuous random variables. Operations with random variables. Distribution function, survival function, hazard rate, properties. Functions of random variables. Applications in finance and insurance.
12. Numerical characteristics associated with random variables. Quantiles. Risk measures. Applications to finance and insurance.
13. The characteristic function and the moment-generating function of a random variable. Properties. Applications.
14. Classic, discrete and continuous distributions. Applications to the modeling of economic phenomena.
15. Discrete two-dimensional random variables. Conditional distributions, conditional moments. Covariance and correlation coefficient of two random variables. Properties. Applications in economics.
16. Statistical hypotheses, critical region, errors and risks, the power of a test. Exact tests and asymptotic tests. Examples. Neyman – Pearson Lemma.

17. Sampling from a Normal population. Testing the mean and the variance of a Normal population. Finding the critical region of the most powerful test for the mean of a Normal population based on the Neyman-Pearson Lemma.
18. Parametric tests in the case of large samples from an arbitrary population. Testing a proportion. Finding the critical region of the most powerful test for a proportion based on the Neyman-Pearson Lemma.
19. The simple linear regression model. Least squares estimators and their properties.

Bibliografie

1. Cenușă, Gh., Raischi, C. et al. *Matematici pentru economiști*, Editura CISON, 2000.
2. Chiang, A.C. - *Fundamental methods for mathematical economics*, McGraw Hill, 1984.
3. Simon, K., Blume, L., *Mathematics for economists*, W.W. Norton&comp., New York, 1994.
4. Beganu, G., Giuclea, M., *Elemente fundamentale de matematică aplicată în economie*, Editura ASE, 2012.
5. Tudor, M., Mircea, I., Sibiceanu, M., *Probabilități, Statistică și aplicații*, Editura ASE, 2009.
6. Boboc, N., *Analiza matematică (vol. I și II)*, Editura Universității București, 1999.
7. Florescu, I., Tudor, C.A., *Handbook of Probability*, Wiley, 2013.
8. Panjer, H., *Operational Risk: Modeling Analytics*, Wiley Series in Probability and Statistics, 2006.
9. Klugman, S., Panjer, H., Willmot, G., *Loss Models: From Data to Decisions*, Wiley Series in Probability and Statistics, 2004.
10. Ross, S., *Introduction to Probability Models*, Academic Press, 2003.